

Übungsaufgabe e-Funktion: Pilzinfektion

Ein Patient kommt mit einer Pilzinfektion zum Arzt und wird mit einer Heilsalbe behandelt. Die betroffene Fläche wird annähernd beschrieben durch die Funktion $f(x) = 3(x+2)e^{-0,05x^2}$, wobei $f(x)$ die Fläche in cm^2 und x die Zeit in Tagen angibt.

- Wie groß ist die Fläche bei Beginn der Behandlung und nach einem Tag?
- Wie groß wird die betroffene Fläche maximal?
- Zeige, dass nach 4,92 Tagen die Heilung ohne Salbenanwendung langsamer verläuft.

Lösungen zur Aufgabe Pilzinfektion

a) $f(0) = 6$ $f(1) = 3 \cdot (3) \cdot e^{-0,05} = 8,56$

b) Ableitungen: $u = 3(x+2) = 3x+6$ $v = e^{-0,05x^2}$
 $u' = 3$ $v' = -0,1x e^{-0,05x^2}$

$$f'(x) = ((3x+6) \cdot (-0,1x) + 3) e^{-0,05x^2}$$

$$= (-0,3x^2 - 0,6x + 3) e^{-0,05x^2}$$

$f''(x)$: $u = -0,3x^2 - 0,6x + 3$ $v = e^{-0,05x^2}$
 $u' = -0,6x - 0,6$ $v' = -0,1x e^{-0,05x^2}$

HP: notw. Bed. $f'(x) = 0$

$$-0,3x^2 - 0,6x + 3 = 0, \text{ da } e^{-0,05x^2} > 0 \quad | : -0,3$$

$$x^2 + 2x - 10 = 0 \quad | p=2 \quad q=-10$$

$$x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{11} = -1 \pm 3,32 \quad x_1 = 2,32 \quad x_2 = -4,32 \text{ nicht sinnvoll}$$

y-Wert: Einsetzen in $f(x) = 3(2,32+2)e^{-0,05 \cdot 2,32^2} = 9,90$

Nach 2,32 Tagen ist die Fläche $9,9 \text{ cm}^2$

$$f''(x) = ((-0,3x^2 - 0,6x + 3) \cdot (-0,1x) - 0,6x - 0,6) e^{-0,05x^2}$$

$$= (0,03x^3 + 0,06x^2 - 0,3x - 0,6x - 0,6) e^{-0,05x^2}$$

$$= (0,03x^3 + 0,06x^2 - 0,9x - 0,6) e^{-0,05x^2}$$

c) Wendepunkt: notw. Bed. $f''(x) = 0$

$$0,03x^3 + 0,06x^2 - 0,9x - 0,6 = 0$$

Taschenrechner: $\boxed{\text{MENU}} \boxed{A} \boxed{2} \boxed{3}$ eingeben $0,03; 0,06; -0,9; -0,6 \boxed{=}$

$$x_1 = -0,27 \quad x_2 = 4,92 \quad x_3 = -0,65$$

Nur x_2 ist sinnvoll; einfach: setze 4,92 in $f''(x)$ ein:

$$f''(4,92) = (0,03 \cdot 4,92^3 + 0,06 \cdot 4,92^2 - 0,9 \cdot 4,92 - 0,6) e^{-0,05 \cdot 4,92^2} = 0 \Rightarrow \text{WP}$$