$f(x) = -100x^3 + 15x^2 + 15x + 5$

---

zu a)

$f(0,1) = -100 \cdot 0,1^3 + 15 \cdot 0,1^2 + 15 \cdot 0,1 + 5 = 6,55$

Es wird ein Ertrag von 6,55 Tonnen pro Hektar erzielt.

---

zu b)

Gesucht ist das Maximum der Funktion, hierzu wird die erste Ableitung gebildet:

$f'(x) = -300x^2 + 30x + 15$

Es muss gelten: $f'(x) = 0$

$$-300x^2 + 30x + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - \frac{1}{10}x - \frac{1}{20} = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{-\frac{1}{10}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{1}{10}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{20}\right)}$$

$x_1 \approx 0,28 \ \wedge \ x_2 \approx -0,18$

Im relevanten Intervall befindet sich eine Nullstelle evtl. an der Stelle 0,28.

hinreichende Bedingung nach VZW:

Intervall	$x < 0,28$	$0,28$	$x > 0,28$
x	0	0,28	1
$f'(x)$	15	0	-255
Steigung	↗	→	↘

An der Stelle 0,28 befindet sich eine Extremstelle, d.h. bei einer Düngermenge von 0,28t pro Hektar ist der Ertrag am größten.

---

zu c)

$f''(x) = -600x + 30$

notwendige Bedingung:

$f''(x) = 0$

$$-600x + 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 0,05$$

hinreichende Bedingung:

Intervall	$x < 0,05$	$0,05$	$x > 0,05$
x	0	0,05	1
$f''(x)$	30	0	-570
Steigung	↗	→	↘

An der Stelle 0,05 liegt eine Wendestelle vor.

Um die Steigung zu ermitteln, bestimmt man die 1. Ableitung:

$f'(x) = -300 \cdot 0,05^2 + 30 \cdot 0,05 + 15 = 15,75$