

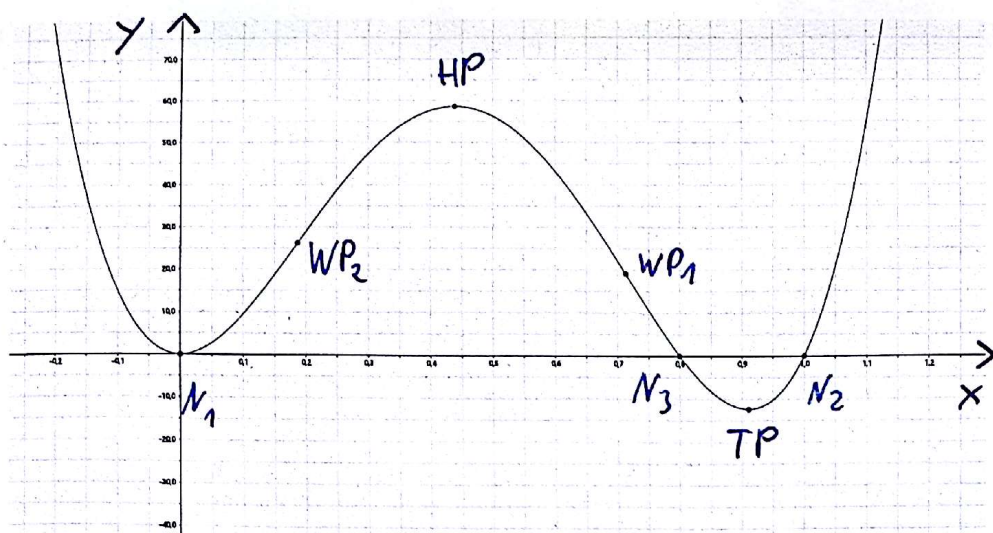
1. Ein Blutstrommessgerät misst die Strömungsgeschwindigkeit durch ein Blutgefäß. Innerhalb der ersten ~~4,5~~ Sekunden kann die Geschwindigkeit angenähert werden durch

$$f(x) = 1500x^4 - 2700x^3 + 1200x^2.$$

(x ist die Zeit in Sekunden, $f(x)$ die Geschwindigkeit in $\frac{\text{ml}}{\text{sec}}$)

- a) Wie hoch ist die Geschwindigkeit nach 0,5 sec, wie hoch nach 1 sec?
- b) Zu welchem Zeitpunkt ist die Geschwindigkeit null?
- c) Bestimme den Zeitpunkt und Wert der maximalen und minimalen Geschwindigkeit innerhalb der ersten Sekunde.
- d) Bestimme die Gleichungen der beiden Tangenten in den Wendepunkten von $f(x)$ und die Schnittpunkte der Tangenten mit der x -Achse.
- e) Das Maß für das Volumen während eines Pulsschlags ist das Integral über die Geschwindigkeit. Bestimme das Volumen bis zum Zeitpunkt $x=1$.
- f) Wie groß war _{das Volumen} der Rückfluss des Blutes? (Die Geschwindigkeit war dabei negativ!)

①



$$f(x) = 1500x^4 - 2700x^3 + 1200x^2$$

Lösung Aufgabe Blutstrommengerät

a) $x = 0,5$ $f(0,5) = 1500 \cdot 0,5^4 - 2700 \cdot 0,5^3 + 1200 \cdot 0,5^2 = 56,25$

$x = 1$ $f(1) = 0$ Nach 0,5 sec ist die Geschwindigkeit $56,25 \frac{\text{ml}}{\text{sec}}$,
nach 1 sec ist sie $0 \frac{\text{ml}}{\text{sec}}$.

b) Ausklammern von x^2 : $f(x) = 0$

$$f(x) = (1500x^2 - 2700x + 1200) \cdot x^2 \rightarrow x_1 = 0$$

$$1500x^2 - 2700x + 1200 = 0 \quad | :1500$$

$$x^2 - 1,8x + 0,8 = 0 \quad | p = -1,8 \quad q = 0,8$$

$$x_{2/3} = \frac{1,8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,8}{2}\right)^2 - 0,8}$$

$$x_2 = 1$$

$$x_3 = 0,8$$

Nach 1 sec und nach 0,8 sec
ist die Geschwindigkeit 0.

c) Maximale und minimale Geschwindigkeit:

Ableitungen: $f'(x) = 6000x^3 - 8100x^2 + 2400x$

$$f''(x) = 18000x^2 - 16200x + 2400$$

Extremwerte (HP/TP) notw. Bed. $f'(x) = 0$

$$6000x^3 - 8100x^2 + 2400x = 0 \quad \text{Ausklammern von } x$$

$$(6000x^2 - 8100x + 2400) \cdot x = 0$$

$$6000x^2 - 8100x + 2400 = 0 \rightarrow x_1 = 0$$

②

$$6000x^2 - 8100x + 2400 = 0 \quad | :6000$$

$$x^2 - 1,35x + 0,4 = 0 \quad | p = -1,35 \quad q = 0,4$$

$$x_{1/2} = \frac{1,35}{2} \pm \sqrt{\frac{1,35^2}{4} - 0,4}$$

$$x_1 = 0,9108 \approx 0,91 \quad x_2 = 0,4392 \approx 0,44$$

y-Werte: $f(x_1) = 1500 \cdot 0,91^4 - 2700 \cdot 0,91^3 + 1200 \cdot 0,91^2 = -12,30$

$$f(x_2) = 1500 \cdot 0,44^4 - 2700 \cdot 0,44^3 + 1200 \cdot 0,44^2 = 58,55$$

HP/TP Prüfung: $f''(x_1) = 18000 \cdot 0,91^2 - 16200 \cdot 0,91 + 2400 = 2563,8 > 0 \Rightarrow \text{TP}$
 $f''(x_2) = 18000 \cdot 0,44^2 - 16200 \cdot 0,44 + 2400 = -1243,2 < 0 \Rightarrow \text{HP}$
 $\text{HP}(0,44 | 58,55) \quad \text{TP}(0,91 | -12,3)$

Die maximale Geschwindigkeit ist bei 0,44 sec mit $58,55 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$,
die minimale bei $x = 0,91$ mit $-12,3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

d) Wendepunkte $f''(x) = 0$ notw. Bed.

$$18000x^2 - 16200x + 2400 = 0 \quad | :18000$$

$$x^2 - 0,9x + 0,1333 = 0 \quad | p = -0,9 \quad q = 0,1333$$

$$x_{1/2} = \frac{0,9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0,9}{2}\right)^2 - 0,1333}$$

$$x_1 = 0,713 \quad x_2 = 0,187$$

y-Werte: $f(x_1) = 19,04 \quad f(x_2) = 26,14$

Steigungen: $f'(x_1) = 6000 \cdot 0,713^3 - 8100 \cdot 0,713^2 + 2400 \cdot 0,713 = -231,79$
 $f'(x_2) = 204,79$

③

Tangentengleichung $x_1 = 0,713$

$$y = mx + b$$

$$y = f(x_1) = 19,04$$

$$m = f'(x_1) = -231,79$$

$$19,04 = -231,79 \cdot 0,713 + b$$

$$19,04 = -165,27 + b \quad | +165,27$$

$$184,31 = b$$

$$\underline{y = -231,79x + 184,31}$$

$$x_2 = 0,187$$

$$y = f(x_2) = 26,14$$

$$m = f'(x_2) = 204,79$$

$$26,14 = 204,79 \cdot 0,187 + b$$

$$26,14 = 38,30 + b \quad | -38,30$$

$$-12,16 = b$$

$$\underline{y = 204,79x - 12,16}$$

e) Blutvolumen:

$$V = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (1500x^4 - 2700x^3 + 1200x^2) dx$$

$$= \left[\frac{1500}{5} x^5 - \frac{2700}{4} x^4 + \frac{1200}{3} x^3 \right]_0^1 = \left[300x^5 - 675x^4 + 400x^3 \right]_0^1$$

$$= 300 \cdot 1^5 - 675 \cdot 1^4 + 400 \cdot 1^3 - 0 = 25 \quad \text{Das Volumen beträgt 25 ml}$$

f) Rückfluss ist von $x=0,8$ bis $x=1$, da $f(x) < 0$ ist.

$$V_R = \int_{0,8}^1 f(x) dx = \left[300x^5 - 675x^4 + 400x^3 \right]_{0,8}^1 = 25 - (300 \cdot 0,8^5 - 675 \cdot 0,8^4 + 400 \cdot 0,8^3) = -1,624 \quad \text{Der Rückfluss ist -1,624 ml.}$$